

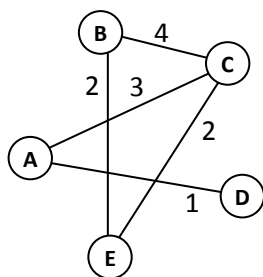
## A2 (базовый уровень, время – 2 мин)

**Тема:** Использование информационных моделей (таблицы, диаграммы, графики).

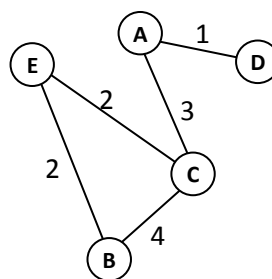
Перебор вариантов, выбор лучшего по какому-то признаку.

**Что нужно знать:**

- в принципе, особых дополнительных знаний, кроме здравого смысла и умения перебирать варианты (не пропустив ни одного!) здесь, как правило, не требуется
- полезно знать, что такое *граф* (это набор вершин и соединяющих их ребер) и как он описывается в виде таблицы, хотя, как правило, все необходимые объяснения даны в формулировке задания
- чаще всего используется *взвешенный граф*, где с каждым ребром связано некоторое число (вес), оно может обозначать, например, расстояние между городами или стоимость перевозки
- рассмотрим граф (рисунок слева), в котором 5 вершин (A, B, C, D и E); он описывается таблицей, расположенной в центре; в ней, например, число 4 на пересечении строки B и столбца C означает, что, во-первых, есть ребро, соединяющее B и C, и во-вторых, вес этого ребра равен 4; пустая клетка на пересечении строки A и столбца B означает, что ребра из A в B нет



	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		



- обратите внимание, что граф по заданной таблице (она еще называется *весовой матрицей*) может быть нарисован по-разному; например, той же таблице соответствует граф, показанный на рисунке справа от нее
- в приведенном примере матрица симметрична относительно главной диагонали; это может означать, например, что стоимости перевозки из B в C и обратно равны (это не всегда так)
- желательно научиться быстро (и правильно) строить граф по весовой матрице и наоборот

### Пример задания:

Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.)

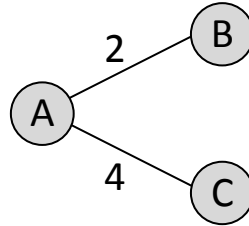
	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

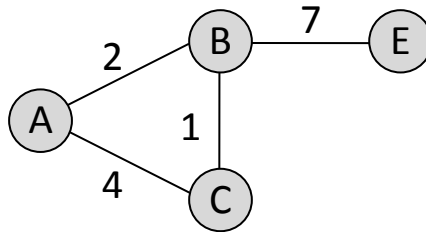
- 1) 9                      2) 10                      3) 11                      4) 12

**Решение (вариант 1, использование схемы):**

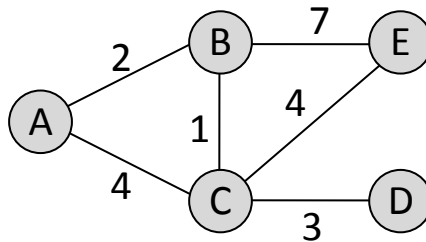
- 1) построим граф – схему, соответствующую этой весовой матрице; из вершины А можно проехать в вершины В и С (длины путей соответственно 2 и 4):



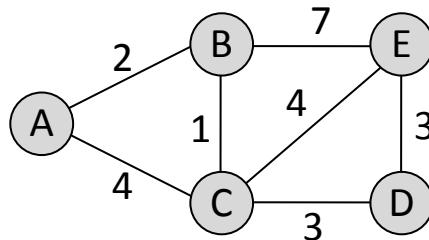
- 2) для остальных вершин можно рассматривать только часть таблицы над главной диагональю, которая выделена серым цветом; все остальные рёбра уже были рассмотрены ранее  
 3) например, из вершины В можно проехать в вершины С и Е (длины путей соответственно 1 и 7):



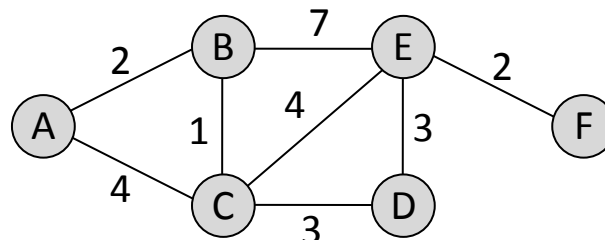
- 4) новые маршруты из С – в D и E (длины путей соответственно 3 и 4):



- 5) новый маршрут из D – в E (длина пути 3):



- 6) новый маршрут из E – в F (длина пути 2):



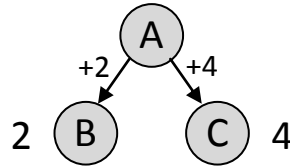
- 7) нужно проехать из А в F, по схеме видим, что в любой из таких маршрутов входит ребро EF длиной 2; таким образом, остается найти оптимальный маршрут из А в Е  
 8) попробуем перечислить возможные маршруты из А в Е:

А – В – Е	длина 9
А – В – С – Е	длина 7
А – В – С – D – Е	длина 9
А – С – Е	длина 8
А – С – В – Е	длина 12
А – С – D – Е	длина 10

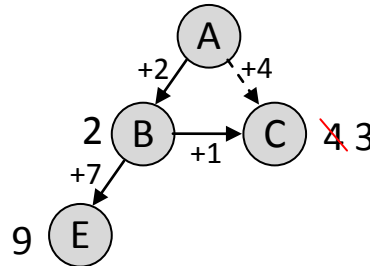
- 9) из перечисленных маршрутов кратчайший – А-В-С-Е – имеет длину 7, таким образом общая длина кратчайшего маршрута А-В-С-Е-**F** равна  $7 + 2 = 9$
- 10) таким образом, правильный ответ – **1**.

**Решение (вариант 2, с начала маршрута):**

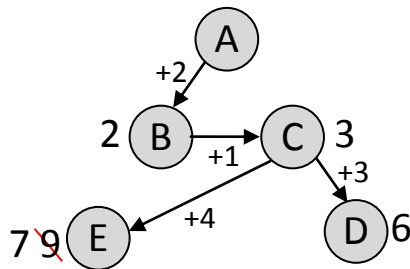
- 1) составим граф, который показывает, куда (и как) можно ехать из пункта А, рядом с дугами будем записывать увеличение пути, а рядом с названиями пунктов – общую длину пути от пункта А:



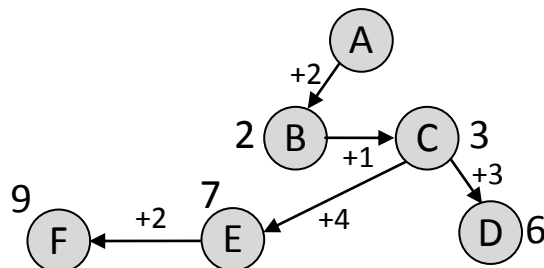
- 2) видно, что напрямую в пункт F из А не доехать
- 3) строим граф возможных путей дальше: определяем, куда можно ехать из В и С (конечно, не возвращаясь обратно); из В можно ехать только в А (обратно), в С и в Е;
- 4) узел С уже есть на схеме, и оказывается, что короче ехать в него по маршруту А-В-С, чем напрямую А-С, длина «окольного» пути составляет 3 вместо 4 для «прямого»; при движении по дороге В-Е длина увеличивается на 7:



- 5) строим маршруты из пункта С; кроме А и В, из пункта С можно ехать в D (длина 3) и E (длина 4), причем кратчайший маршрут из А в Е оказывается А-В-С-Е (длина 7); «невыгодные» маршруты на схеме показывать не будем:



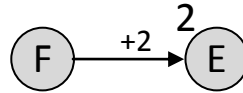
- 6) из пункта D, кроме как в С и Е, ехать некуда; путь D-С – это возврат назад (нас не интересует), путь D-Е тоже не интересует, поскольку он дает длину  $6 + 3 = 9$ , а мы уже нашли, что в Е из А можно доехать по маршруту длины 7
- 7) из пункта Е можно ехать в F, длина полного маршрута  $7 + 2 = 9$



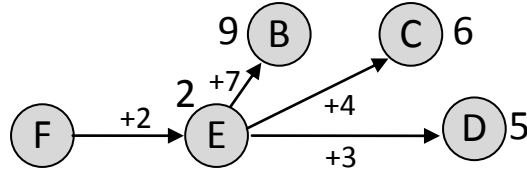
- 8) Ответ: **1**

**Решение (вариант 3, с конца маршрута):**

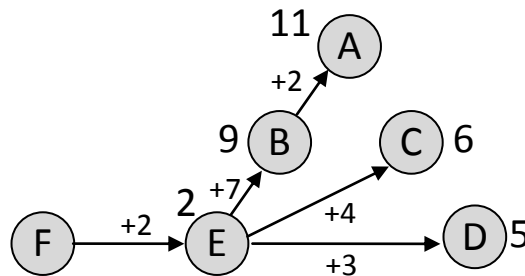
- 1) можно точно так же начинать с пункта F и искать кратчайший маршрут до A; судя по таблице, из F можно ехать только в E:



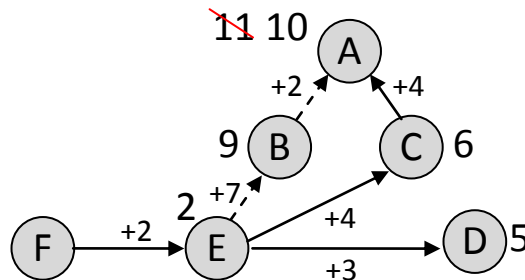
- 2) из E ведут дороги в B, C и D



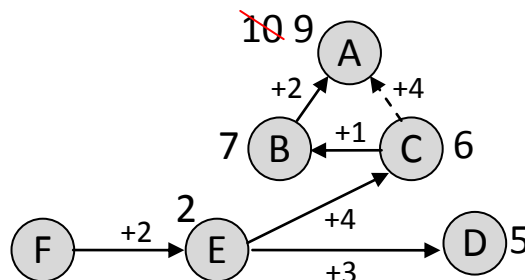
- 3) из B можно сразу попасть в A, длина пути будет равна 11:



- 4) из пункта C есть прямая дорога в A длиной 4, таким образом, существует маршрут длиной  $6 + 4 = 10$



- 5) кроме того, есть дорога C-B, которая дает маршрут F-E-C-B-A длиной 9



- 6) рассмотрение пути C-D не позволяет улучшить результат: оптимальный маршрут имеет длину 9

- 7) Ответ: **1**

**Возможные ловушки и проблемы:**

- можно не заметить, что маршруты, проходящие через большее число пунктов, оказываются короче (A-B-C короче, чем A-C, A-B-C-E короче, чем A-B-E)

**Пример задания:**

Между четырьмя местными аэропортами: ОКТЯБРЬ, БЕРЕГ, КРАСНЫЙ и СОСНОВО, ежедневно выполняются авиарейсы. Приведён фрагмент расписания перелётов между ними:

Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
СОСНОВО	КРАСНЫЙ	06:20	08:35
КРАСНЫЙ	ОКТЯБРЬ	10:25	12:35
ОКТЯБРЬ	КРАСНЫЙ	11:45	13:30
БЕРЕГ	СОСНОВО	12:15	14:25
СОСНОВО	ОКТЯБРЬ	12:45	16:35
КРАСНЫЙ	СОСНОВО	13:15	15:40
ОКТЯБРЬ	СОСНОВО	13:40	17:25
ОКТЯБРЬ	БЕРЕГ	15:30	17:15
СОСНОВО	БЕРЕГ	17:35	19:30
БЕРЕГ	ОКТЯБРЬ	19:40	21:55

Путешественник оказался в аэропорту ОКТЯБРЬ в полночь (0:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт СОСНОВО.

- 1) 15:40      2) 16:35      3) 17:15      4) 17:25

**Решение:**

- 8) сначала заметим, что есть прямой рейс из аэропорта ОКТЯБРЬ в СОСНОВО с прибытием в 17:25:

ОКТЯБРЬ	СОСНОВО	13:40	17:25
---------	---------	-------	-------

- 9) посмотрим, сможет ли путешественник оказаться в СОСНОВО раньше этого времени, если полетит через другой аэропорт, с пересадкой

- 10) можно лететь, через КРАСНЫЙ, но, как следует из расписания,

ОКТЯБРЬ	КРАСНЫЙ	11:45	13:30
...			
КРАСНЫЙ	СОСНОВО	13:15	15:40

путешественник не успеет на рейс КРАСНЫЙ – СОСНОВО, который улетает в 13:15, то есть на 15 минут раньше, чем в КРАСНЫЙ прилетает самолет ОКТЯБРЬ – КРАСНЫЙ

- 11) можно лететь через БЕРЕГ,

БЕРЕГ	СОСНОВО	12:15	14:25
...			
ОКТЯБРЬ	БЕРЕГ	15:30	17:15

но рейс БЕРЕГ – СОСНОВО вылетает даже раньше, чем рейс ОКТЯБРЬ – БЕРЕГ, то есть, пересадка не получится

- 12) поскольку даже перелеты с одной пересадкой не стыкуются по времени, проверять варианты с двумя пересадками в данной задаче бессмысленно (хотя в других задачах они теоретически могут дать правильное решение)

- 13) таким образом, правильный ответ – 4 (прямой рейс).

**Возможные ловушки и проблемы:**

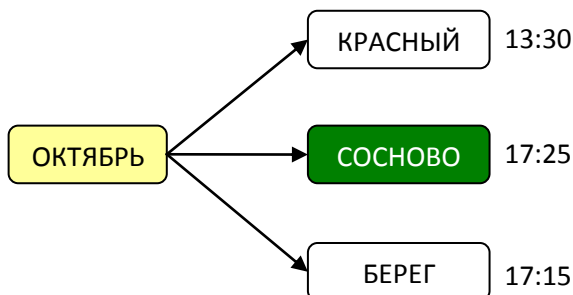
- можно не заметить, что путешественник не успеет на пересадку в КРАСНОМ (неверный ответ 15:40)
- можно перепутать аэропорты вылета и прилета (неверный ответ 16:35)

**Решение (вариант 2, граф):**

- 1) для решения можно построить граф, показывающий, куда может попасть путешественник из аэропорта ОКТЯБРЬ
- 2) из аэропорта ОКТЯБРЬ есть три рейса:

ОКТЯБРЬ	СОСНОВО	13:40	17:25
ОКТЯБРЬ	КРАСНЫЙ	11:45	13:30
ОКТЯБРЬ	БЕРЕГ	15:30	17:15

- 3) построим граф, около каждого пункта запишем время прибытия



- 4) проверим, не будет ли быстрее лететь с пересадкой: рейс «КРАСНЫЙ-СОСНОВО» вылетает в 13:15, то есть, путешественник на него не успевает; он не успеет также и на рейс «БЕРЕГ-СОСНОВО», вылетающий в 12:15
- 5) таким образом, правильный ответ – 4 (прямой рейс).

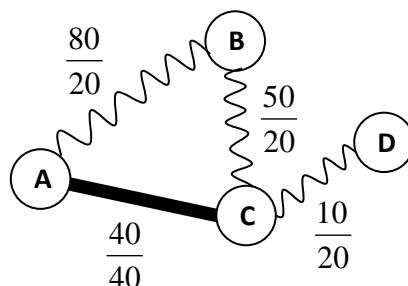
### Еще пример задания:

Грунтовая дорога проходит последовательно через населенные пункты А, В, С и D. При этом длина дороги между А и В равна 80 км, между В и С – 50 км, и между С и D – 10 км. Между А и С построили новое асфальтовое шоссе длиной 40 км. Оцените минимально возможное время движения велосипедиста из пункта А в пункт В, если его скорость по грунтовой дороге – 20 км/час, по шоссе – 40 км/час.

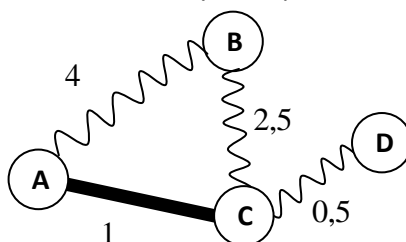
- 1) 1 час
- 2) 1,5 часа
- 3) 3,5 часа
- 4) 4 часа

### Решение:

- 1) нарисуем схему дорог, обозначив данные в виде дроби (расстояние в числителе, скорость движения по дороге – в знаменателе):



- 2) разделив числитель на знаменатель, получим время движения по каждой дороге



- 3) ехать из А в В можно
- напрямую, это займет 4 часа, или ...
  - через пункт С, это займет 1 час по шоссе (из А в С) и 2,5 часа по грунтовой дороге (из В в С), всего  $1 + 2,5 = 3,5$  часа
- 4) таким образом, правильный ответ – 3.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- можно не заметить, что требуется найти минимальное время поездки именно в В, а не в С (неверный ответ 1 час)
- можно ограничиться рассмотрением только прямого пути из А в В и таким образом получить неверный ответ 4 часа
- можно неправильно нарисовать схему

**Еще пример задания:**

Таблица стоимости перевозок устроена следующим образом: числа, стоящие на пересечениях строк и столбцов таблицы, означают стоимость проезда между соответствующими соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то станции не являются соседними. Укажите таблицу, для которой выполняется условие: «Минимальная стоимость проезда из А в В не больше 6». Стоимость проезда по маршруту складывается из стоимостей проезда между соответствующими соседними станциями.

1)

	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		

2)

	A	B	C	D	E
A			3	1	1
B			4		
C	3	4			2
D	1				
E	1		2		

3)

	A	B	C	D	E
A			3	1	4
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E	4	2	2		

4)

	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		1
C		4		4	2
D	1		4		
E		1	2		

**Решение (вариант 1):**

- нужно рассматривать все маршруты из А в В, как напрямую, так и через другие станции
- рассмотрим таблицу 1:

- из верхней строки таблицы следует, что из А в В напрямую везти нельзя, только через С (стоимость перевозки А-С равна 3) или через D (стоимость перевозки из А в D равна 1)

	A	B	C	D	E
A			3	1	

- предположим, что мы повезли через С; тогда из третьей строки видим, что из С можно ехать в В, и стоимость равна 4

	A	B	C	D	E
C	3	4			2

- таким образом общая стоимость перевозки из А через С в В равна  $3 + 4 = 7$
- кроме того, из С можно ехать не сразу в В, а сначала в Е:

	A	B	C	D	E
C	3	4			2

а затем из Е – в В (стоимость также 2),

	A	B	C	D	E
E		2	2		

так что общая стоимость этого маршрута равна  $3 + 2 + 2 = 7$

- теперь предположим, что мы поехали из А в D (стоимость 1); из четвертой строки таблицы видим, что из D можно ехать только обратно в А, поэтому этим путем в В никак не попасть:

	A	B	C	D	E
D	1				

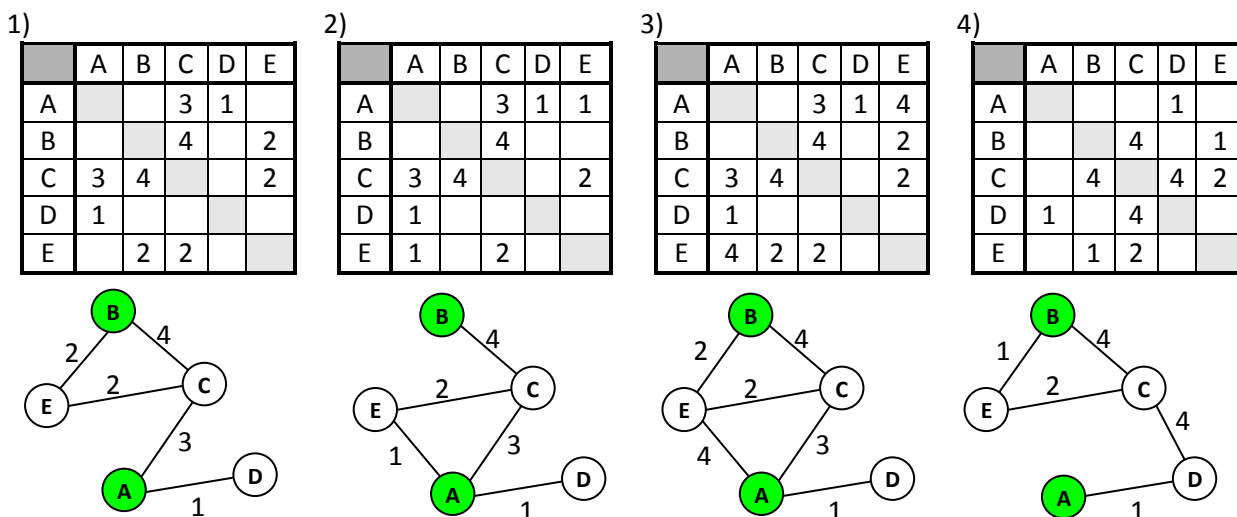
- таким образом, для первой таблицы минимальная стоимость перевозки между А и В равна 7; заданное условие «не больше 6» **не выполняется**
- 3) аналогично рассмотрим вторую схему; возможные маршруты из А в В:
- $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
  - $A \xrightarrow{1} E \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
  - таким образом, минимальная стоимость 7, условие **не выполняется**
- 4) для третьей таблицы:
- $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
  - $A \xrightarrow{4} E \xrightarrow{2} B$ , стоимость 6
  - $A \xrightarrow{4} E \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
  - таким образом, минимальная стоимость 6, условие **выполняется**
- 5) для четвертой:
- $A \xrightarrow{1} D \xrightarrow{4} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 9
  - $A \xrightarrow{1} D \xrightarrow{4} C \xrightarrow{2} E \xrightarrow{1} B$ , стоимость 8
  - минимальная стоимость 8, условие **не выполняется**
- 6) условие «не больше 6» выполняется только для таблицы 3
- 7) таким образом, правильный ответ – 3.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- метод ненагляден, легко запутаться и пропустить решение с минимальной стоимостью

**Решение (вариант 2, с рисованием схемы):**

- 1) для каждой таблицы нарисуем соответствующую ей схему дорог, обозначив стоимость перевозки рядом с линиями, соединяющими соседние станции:



- 2) теперь по схемам определяем кратчайшие маршруты для каждой таблицы:

- 1:  $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B$  или  $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{2} E \xrightarrow{2} B$ , стоимость 7
- 2:  $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} B$  или  $A \xrightarrow{1} E \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} B$ , стоимость 7
- 3:  $A \xrightarrow{4} E \xrightarrow{2} B$ , стоимость 6



4:  $A \xrightarrow{1} D \xrightarrow{4} C \xrightarrow{2} E \xrightarrow{1} B$ , стоимость 8

- 8) условие «не больше 6» выполняется только для таблицы 3  
 9) таким образом, правильный ответ – 3.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- нужно внимательно строить схемы по таблицам, этот дополнительный переход (от табличных моделей к графическим) повышает наглядность, но добавляет еще одну возможность для ошибки
- наглядность схемы зависит от того, как удачно вы выберете расположение ее узлов; один из подходов – сначала расставить все узлы равномерно на окружности, нарисовать все связи и посмотреть, как можно расположить узлы более удобно
- по невнимательности можно пропустить решение с минимальной стоимостью

**Еще пример задания<sup>1</sup>:**

Между четырьмя местными аэропортами: ВОСТОРГ, ЗАРЯ, ОЗЕРНЫЙ и ГОРКА, ежедневно выполняются авиарейсы. Приведён фрагмент расписания перелётов между ними:

Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
ВОСТОРГ	ГОРКА	16:15	18:30
ОЗЕРНЫЙ	ЗАРЯ	13:40	15:50
ОЗЕРНЫЙ	ВОСТОРГ	14:10	16:20
ГОРКА	ОЗЕРНЫЙ	17:05	19:20
ВОСТОРГ	ОЗЕРНЫЙ	11:15	13:20
ЗАРЯ	ОЗЕРНЫЙ	16:20	18:25
ВОСТОРГ	ЗАРЯ	14:00	16:15
ЗАРЯ	ГОРКА	16:05	18:15
ГОРКА	ЗАРЯ	14:10	16:25
ОЗЕРНЫЙ	ГОРКА	18:35	19:50

Путешественник оказался в аэропорту ВОСТОРГ в полночь (0:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт ГОРКА.

- 1) 16:15      2) 18:15      3) 18:30      4) 19:50

**Решение («обратный ход»):**

- 1) сначала заметим, что есть прямой рейс из аэропорта ВОСТОРГ в ГОРКУ с прибытием в 18:30:

ВОСТОРГ	ГОРКА	16:15	18:30
---------	-------	-------	-------

- 2) посмотрим, сможет ли путешественник оказаться в ГОРКЕ раньше этого времени, если полетит через другой аэропорт, с пересадкой; рассмотрим все остальные рейсы, который **прибывают** в аэропорт ГОРКА:

ЗАРЯ	ГОРКА	16:05	18:15
ОЗЕРНЫЙ	ГОРКА	18:35	19:50

- 3) это значит, что имеет смысл проверить только возможность перелета через аэропорт ЗАРЯ (через ОЗЕРНЫЙ явно не получится раньше, чем прямым рейсом); для этого нужно быть в ЗАРЕ не позже, чем в 16:05

- 4) смотрим, какие рейсы прибывают в аэропорт ЗАРЯ раньше, чем в 16:05:

ОЗЕРНЫЙ	ЗАРЯ	13:40	15:50
---------	------	-------	-------

- 5) дальше проверяем рейсы, который приходят в ОЗЕРНЫЙ раньше, чем в 13:40

<sup>1</sup> Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2010. Информатика. Тематическая рабочая тетрадь. — М.: Экзамен, 2010.

ВОСТОРГ

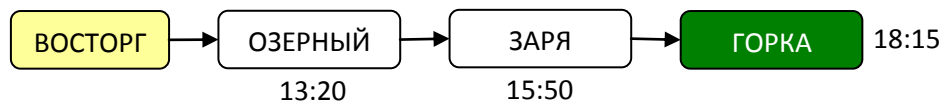
ОЗЕРНЫЙ

11:15

13:20

6) таким образом, мы «пришли» от конечного пункта к начальному, в обратном направлении

7) поэтому оптимальный маршрут



8) и правильный ответ – 2.

**Возможные ловушки и проблемы:**

- «напрашивается» ошибочный ответ 18:30 (прямой рейс)
- при решении задачи «прямым ходом», с начального пункта, легко пропустить вариант с двумя пересадками